Метод Якоби — это итерационный алгоритм для нахождения всех собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы. Он основан на применении последовательности ортогональных преобразований (вращений Якоби), целью которых является постепенное приведение матрицы к диагональному виду, где на диагонали располагаются собственные значения, а столбцы матрицы преобразований содержат соответствующие собственные векторы.

**Формулы и определения**

1. **Ортогональное преобразование (вращение Якоби)**:
   * Матрица вращения J определяется параметрами c=cos(O) и s=sin(O), где O — угол вращения. Элементы J задаются как:

J[i,i]=J[j,j]=c,

J[i,j]=s,

J[j,i]=−s

а остальные элементы, кроме указанных, равны элементам единичной матрицы.

1. **Выбор элементов для обнуления**:
   * На каждой итерации выбирается пара вне диагональных элементов a[i,j]​ и a[j,i] ​ матрицы A, которые будут обнулены в результате вращения.
2. **Вычисление угла вращения O**:
   * Если a[i,i]​=a[j,j​], то O= π​ / 4.
   * В противном случае, O вычисляется как:
3. **Применение вращения**:
   * Матрица A преобразуется путем умножения: , где A′ — новая матрица после вращения.

**Критерий сходимости**

Алгоритм считается сходящимся, когда максимальный по модулю вне диагональный элемент матрицы AA становится меньше заданного порога точности E, т.е. ∣a[i,j]∣<E для всех i j. Это условие указывает на то, что матрица A достаточно близка к диагональной форме, а следовательно, найденные собственные значения и векторы достаточно точны.

**Итерационный процесс**

1. Инициализация: A задается исходной симметричной матрицей, V инициализируется как единичная матрица.

A = np.loadtxt('A.txt')

1. На каждом шаге итерации выбирается пара i,j для обнуления элемента a[i,j].
2. i, j = np.unravel\_index(np.argmax(np.abs(np.triu(A, 1))), A.shape)
3. Вычисляется угол O и параметры c и s для матрицы вращения J.
4. Применяется преобразование , и матрица V обновляется как V\*J, накапливая преобразования.
5. Повторение шагов 2-4 до достижения критерия сходимости.

**Результаты**

По завершении алгоритма, диагональные элементы матрицы A представляют собственные значения исходной матрицы, а столбцы матрицы V содержат соответствующие собственные векторы. Этот метод эффективен для симметричных матриц и широко используется в численном анализе для решения задач линейной алгебры, связанных с нахождением собственных значений и векторов.

**Требует 2n^3 арифметических операций**